MSS Böblingen	**Grundlagen der Mathematik - Bruchrechnen -**	**- G1 -**

Einstiegsaufgaben:

a) $\frac{a}{6x}+\frac{3a}{4x}=$

b) $\frac{a}{6x}-\frac{3+a}{2x}=$

c) $\frac{a}{6x}\cdot\frac{3a}{4x}=$

d) $\frac{a}{6x}:\frac{3a}{4x}=$

e) $\frac{\frac{2}{7}}{2}=$

Merke:
a) Addieren von Brüchen

b) Subtrahieren von Brüchen

c) Multiplizieren von Brüchen

d) Dividieren von Brüchen

e) Doppelbruch

Übungsaufgaben:

a) $\frac{3}{5}:\frac{3}{10}$

b) $10ab:\frac{5a^2}{b}$

c) $\frac{7a}{2y}-\frac{3a-6b}{2y}$

d) $\frac{a}{x}+\frac{b-a}{2x}$

e) $\frac{\frac{3a}{8b}}{9a}$

f) $\frac{a^2b}{4xy}\cdot\frac{8x^2y}{ab^2}$

g) $\frac{3}{5}a+\frac{3a}{10}+a$

h) $1-\frac{x+y}{x-y}$

i) $\frac{4ab}{(a+b)}\cdot\frac{3(a+b)}{4b^2}$

Zum Umklappen:

Lösungen:

a) 2

b) $\frac{2b^2}{a}$

c) $\frac{1}{24b}$

d) $\frac{a+b}{2x}$

e) $\frac{1}{24b}$

f) $\frac{2ax}{b}$

g) $\frac{19}{10}a$

h) $\frac{-2y}{x-y}$

i) $\frac{3a}{b}$

MSS Böblingen	Grundlagen der Mathematik - Termumformungen -	- G2 -

Einstiegsaufgaben:

a) $2(4a - 5) - 3(2a - 3) + 4(-3a + 5) =$

b) $6a - 2[7b - (4a + 3b)] + 2[(2a - b) - 7a] =$

c) $(3a + b)(a - 5b) =$

d) $(2x + y)^2 =$

$(x - 3y)^2 =$

$(x^2 - 2)(x^2 + 2) =$

Merke:

a) Rechenregeln

b) Rechnen mit Klammern

c) Multiplikation von Klammern

d) Binomische Formeln

Übungsaufgaben:

a) $2(5p + 3) + 3(-3p - 8) - (-4p - 9)$

b) $5m(m - n + 2) - 4m(2m + n + 3)$

c) $-4(a^2 + b^2) + 2(a^2 + b^2)$

d) $[-9a - (3b + 4c) + 10a] - (2a - 5b) + 6c$

e) $3 - x(5+x) + 2(5 + x) - 4$

f) $2[3a - (6 - 2a)] - [4(-a + 2) -5]$

g) $2(5 - 2a)(a + 3) + (a^2 + 2)^2$

h) $3(5x - 2)(5x + 2) - (5x + 2)^2$

Zum Umklappen:

Lösungen:

a) $5p - 9$

b) $-3m^2 - 9mn - 2m$

c) $-2a^2 - 2b^2$

d) $-a + 2b + 2c$

e) $9 - 3x - x^2$

f) $14a - 15$

g) $a^4 - 2a + 34$

h) $50x^2 - 20x -16$

MSS Böblingen	Grundlagen der Mathematik - Rechnen mit Potenzen -	- G3 -

Einstiegsaufgaben:

a) $8m \cdot 3m^2 =$

b) $\dfrac{6ab}{3ab^2} =$

c) $3^{n+1} \cdot 6^{n+1} =$

d) $\dfrac{(10a^2)^3}{(5a)^3} =$

e) $2 \cdot \left(\dfrac{x^2}{y}\right)^3 =$

Merke: Potenzgesetze

a) $a^m \cdot a^n$

b) $\dfrac{a^m}{a^n}$

c) $a^m \cdot b^m$

d) $\dfrac{a^m}{b^m}$

e) $\left(a^m\right)^n$

Übungsaufgaben:

a) $(a^{x+y})^2 \cdot (a^{x-y})^{-2}$	b) $\dfrac{(9xy^2)^4}{(3y)^4}$	c) $\left(\dfrac{1}{4}x^2\right)^0 \cdot 2\left(\dfrac{a^6}{b}\right)^0$
d) $6 \cdot 5^{k+1} - 14 \cdot 5^k - 80 \cdot 5^{k-1}$	e) $\dfrac{(4a+1)^2}{16a^2-1} \cdot \dfrac{16a^2}{4a^2+a}$	f) $\dfrac{4 \cdot (a^{m+1})^4}{2^{-3} \cdot (a^4)^{m+1}}$
g) $\dfrac{x^5 - x^4}{x^5 - x^3}$	h) $\left(\dfrac{7 \cdot (a+b)^2}{18 \cdot (a-b)}\right)^2 : \dfrac{14 \cdot (a+b)^4}{(3a-3b)^3}$	i) $(a^2 + b^2)^2$

Zum Umklappen:

Lösungen:

a) a^{4y}

b) $81x^4y^4$

c) 2

d) 0

e) $\dfrac{16}{4a-1}$

f) $2^5 = 16$

g) $\dfrac{x}{x+1}$

h) $\dfrac{7(a-b)}{24}$

i) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ (Binom)

MSS Böblingen	# Grundlagen der Mathematik - Lineare Gleichungen -	- G4 -

Einstiegsaufgaben: Bestimmen Sie die Lösungsmenge in G = R.

a) $3[10 - 2(x - 1)] = 9(x - 2) - 6(x - 3)$

b) $4 - 5(x - 3) = 5 - x - 2(2x - 3)$

c) $2(8x - 7) + 4 = 10x + 2(3x - 5)$

Merke:
Eindeutige Lösung:

Keine Lösung:

Viele Lösungen:

Übungsaufgaben: Bestimmen Sie die Lösungsmenge in G = R.

1) $3x + 7 = 22$

2) $5 - 4x = 5$

3) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x + 1$

4) $16 - (2x + 8) = 3x + 4$

5) $2(x - 1) - 3 = 2x - 5$

6) $3 - 2(3 - x) = 2(x - 2)$

7) $10x - (4 - 3x) = 5x - (6 - 2x) + 26$

8) $-4x + 2[\frac{1}{2}(x + \frac{1}{2}) - (1 - \frac{1}{2}x)] - 1 = \frac{1}{2}[(1 + x) - 5(x + 1)]$

9) $(4x - 5) - 6 = 12x - (x + 4) - (3x + 7)$

10) $8(4x + 3) - 5(6x - 5) = 4(9x + 4) - 7(4x - 5)$

Zum Umklappen:

Lösungen:

1) L = {5}

2) L = {0}

3) L = {-15}

4) L = $\{\frac{4}{5}\}$

5) L = R

6) L = $\emptyset$

7) L = {4}

8) L = R

9) 2) L = {0}

10) L = $\{-\frac{1}{3}\}$

MSS Böblingen	Grundlagen der Mathematik - quadratische Gleichungen -	- G5 -

Grundgleichung: $ax^2 + bx + c = 0;\ a \neq 0$

Lösungsformel: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Aufgaben mit Lösungsformel:

a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

b) $x^2 - 12x + 36 = 0$

c) $9x^2 - 6x + 2 = 0$

Sonderfälle:

d) $2x^2 - 24 = 0$

e) $3(x - 0{,}5) \cdot (0{,}75 + x) = 0$

f) $0{,}5x^2 - 0{,}75x = 0$

g) $(x - 3)^2 = 9$

Merke:

a) Genau zwei Lösungen:

b) Genau eine Lösung:

c) Keine Lösung:

d) Reinquadratische Gleichung:

e) Satz vom Nullprodukt:

f) Ausklammern:

g) Wurzelziehen und lösen

Übungsaufgaben:

a) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x - 3 = 0$

b) $\frac{1}{2}x^2 - 8 = 0$

c) $2(x + 3)^2 - 6 = 12$

d) $0{,}5x^2 - 3x = -5$

e) $5x^2 + 24x = 512$

f) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

g) $0{,}57x = 0{,}8 + 0{,}1x^2$

h) $(x - 2)(x + 3) = 0$

i) $x(x - 1) + 2x^2 = (1 - 3x)(1 + 3x)$

Lösungen: (unsortiert für alle 16 Aufgaben)

$x_1 = -2;\ x_2 = 0{,}5$	$x_{1,2} = \pm\sqrt{12}\ (=\pm 2\sqrt{3})$	$x_1 = -1{,}5;\ x_2 = 4$	$x_{1,2} = 0$
$x_1 = 0;\ x_2 = 1{,}5$	$\varnothing$ (keine Lösung)	$x_{1,2} = \pm 4$	$x_1 = -\frac{1}{4};\ x_2 = \frac{1}{3}$
$x_{1,2} = 6$	$x_1 = -3;\ x_2 = 0$	$x_1 = -2;\ x_2 = 6$	$x_1 = -12{,}8;\ x_2 = 8$
$\varnothing$ (keine Lösung)	$x_1 = 2{,}5;\ x_2 = 3{,}2$	$x_1 = -3;\ x_2 = 2$	$x_1 = -6;\ x_2 = 0$

MSS Böblingen	**Grundlagen der Mathematik - Lineare Funktionen -**	**- G6 -**

Definition:

$f(x) = mx + b$ mit $m, b \in \mathbf{R} \wedge m \neq 0$ heißt lineare Funktion.
m = Steigung
b = y- Achsen-Abschnitt, $(0|b)$: Schnittpunkt mit der y- Achse

Das Schaubild einer linearen Funktion ist eine Gerade.

Sonderfall $b = 0 \Rightarrow$ Ursprungsgerade

Übungsaufgaben:

Aufgabe 1
$f(x) = 2x - 3 \quad x \in IR$
Zeichnen Sie das Schaubild der Funktion.

Aufgabe 2
l Meter Band kostet 0,90 €.
a) Stellen Sie die Funktionsgleichung (f(x) in € für x in Meter) auf.
b) Zeichnen Sie das Schaubild der Funktion.
c) Lesen Sie aus dem Schaubild den Preis für 1,50 m; 2,25 m; 4,00 m ab.
d) Wie viel Meter Band erhält man für 4,50 €; 6,00 €?

Aufgabe 3
Die Grundgebühr für einen Telefonanschluss beträgt monatlich 11,00 €. Eine Gesprächseinheit kostet 0,06 €.
a) Stellen Sie die Funktionsgleichung (f(x) in € für x in Einheiten) auf und zeichnen Sie das Schaubild der Funktion.
b) Familie Sommer erhält für den Monat Mai eine Telefonrechnung über 26,00 €. Bestimmen Sie, wie viel Gesprächseinheiten mit diesem Betrag bezahlt werden.
c) Im Juni ist die Tochter allein zu Hause und benötigt 125 Gesprächseinheiten. Welchen Betrag enthält die Telefonabrechnung?

Aufgabe 4

Eine Böblinger Schulklasse plant einen Tagesausflug nach Ludwigsburg. Von einem Busunternehmen erhält sie zwei Angebote:

Angebot 1: *Zu zahlen sind eine Grundgebühr von 12 € und zusätzlich für jeden gefahrenen Kilometer 0,80 €.*	**Angebot 2:** *Es gibt keine Grundgebühr, aber jeder gefahrene Kilometer kostet 1,20 €.*

a) Stellen Sie für jedes Angebot die Funktionsgleichung auf und zeichnen Sie die Schaubilder der Funktionen.

b) Ludwigsburg liegt 42,5 km von Böblingen entfernt. Wie viel kostet der Ausflug, wenn die Klasse das Angebot 1 annimmt? Wie viel muss sie beim Angebot 2 bezahlen? Welches Angebot ist günstiger?

c) Wie viel Kilometer kann man für 24 € bzw. 60 € beim Angebot 1 fahren, wie viel beim Angebot 2?

d) Bei wie viel Kilometer Fahrtstrecke ergeben beide Angebote gleiche Kosten? Für welche Strecken wählt man Angebot l, für welche Angebot 2?

Aufgabe 5

Gegeben sind die 3 Geraden:

$f(x) = 2x - 3$

$g(x) = \frac{1}{2}x - 2$

$h(x) = -x + 2$

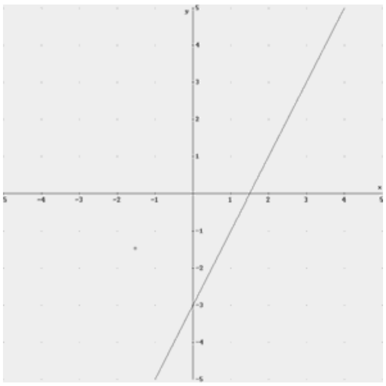
a) Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

b) Berechnen Sie die gemeinsamen Punkte der 3 Geraden.

c) Zeichnen Sie die 3 Geraden in ein Schaubild.

Lösungen:

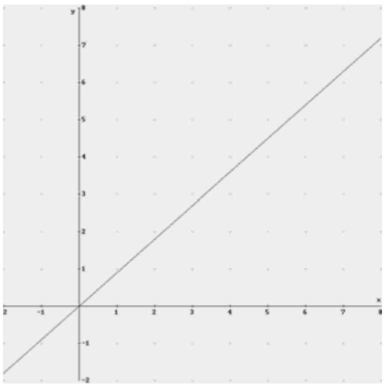
Aufgabe 1



Aufgabe 2

a) $y = 0{,}9x$

b)



c) 1,50 m ≙ 1,35 €

2,25 m ≙ 2,025 €

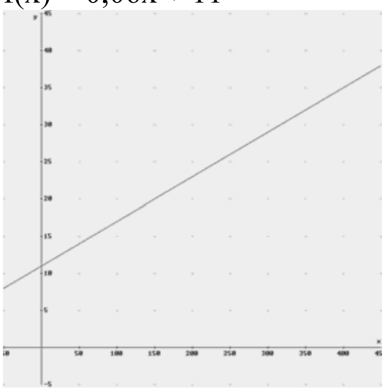
4 m ≙ 3,60 €

d) 4,50 € ≙ 5 m

6,00 € ≙ 6,67 m

Aufgabe 3

a) $f(x) = 0{,}06x + 11$



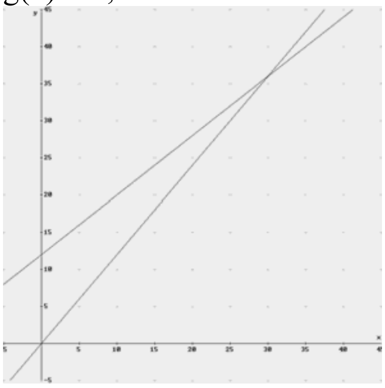
b) Es wurden 250 Gesprächseinheiten vertelefoniert.

c) Die Telefonrechnung betrug 18,50 €.

Aufgabe 4

a) $f(x) = 0{,}8x + 12$

$g(x) = 1{,}2x$



b) Angebot 1: $f(x) = 46$ €

Angebot 2: $f(x) = 51$ €

c) Angebot 1: $x = 15$ km bzw. $x = 60$ km

Angebot 2: $x = 20$ km bzw. $x = 50$ km

d) $x = 30$ km, $y = 36$ €

Man nimmt bis 30 km Angebot 1 und ab 30 km dann Angebot 2.

Aufgabe 5

a) Schnitt mit der x-Achse: $f(x) = 0 \Rightarrow x = 1{,}5$

$g(x) = 0 \Rightarrow x = 4$

$h(x) = 0 \Rightarrow x = 2$

Schnitt mit der y-Achse: $x = 0 \Rightarrow$ $f(x) = -3$

$g(x) = -2$

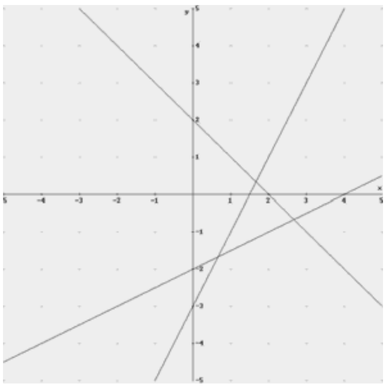
$h(x) = 2$

b) $f(x) = g(x) \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ und $y = -\frac{5}{3}$ $\Rightarrow S(\frac{2}{3}|-\frac{5}{3})$

$f(x) = h(x) \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ und $y = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow S(\frac{5}{3}|\frac{1}{3})$

$g(x) = h(x) \Rightarrow x = \frac{8}{3}$ und $y = -\frac{2}{3}$ $\Rightarrow S(\frac{8}{3}|-\frac{2}{3})$

c)



Grundlagen der Mathematik - Parabeln -

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Parabel $p: y = x^2 - 3x - 4$.

a) Bestimmen Sie für p rechnerisch die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

b) Bestimmen Sie für p rechnerisch den Scheitelpunkt.
Geben Sie die Parabelgleichung in der Scheitelform an.

c) Zeichnen Sie die Parabel in ein Koordinatensystem.

d) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt Q(-3,5 | 18,75) auf der Parabel liegt.

Aufgabe 2:

Gegeben sind die Parabeln p_1 und p_2, sowie die Gerade g durch:

$$p_1:\; y = -\frac{1}{2}x^2 - 0{,}5x + 3$$

$$p_2:\; y = \frac{1}{4}x(x-2)$$

$$g:\; y = \frac{3}{2}x - 3$$

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitels von p_1.

b) Erstellen sie für p_1 eine Wertetabelle und zeichnen Sie die Schaubilder der Parabel p_1 und der Geraden g in ein Koordinatensystem.

c) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Parabel p_1 mit der Geraden g.

d) Berechnen Sie die Schnittpunkte von p_2 mit der x- Achse.

e) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Parabeln p_1 und p_2.

f) Eine zu g parallele Gerade h berührt die Parabel p_2. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden h.

Aufgabe 3:

a) Nennen Sie Eigenschaften der Parabel $p_1: y = -\frac{2}{3}(x+3)^2 - 1$.

Schneidet diese Parabel die x- Achse? (Begründung ohne Rechnung!)
Geben Sie die Parabelgleichung in der allgemeinen Form an.

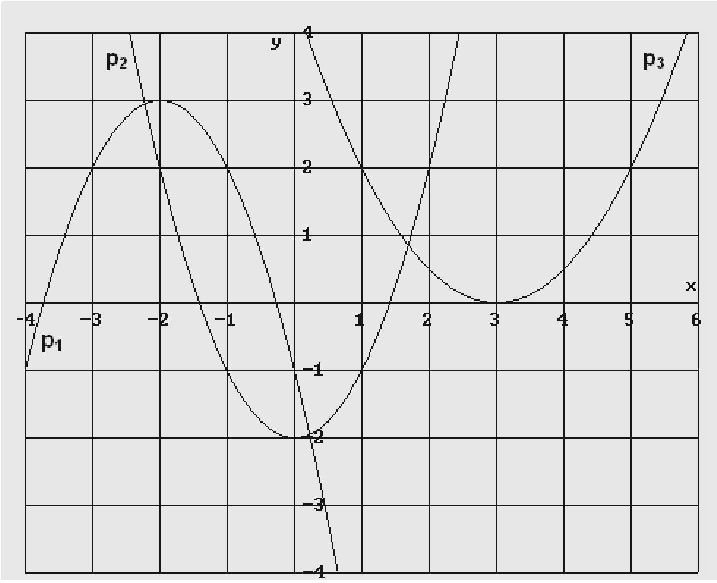
b) Bestimmen Sie für die folgende Parabel die Schnittpunkte mit der x- Achse und die x- Koordinate des Scheitels:

$$y = a(x-3)(x+6)$$

Wie muss a gewählt werden, damit die Parabel durch den Punkt R(0 | 6) verläuft?

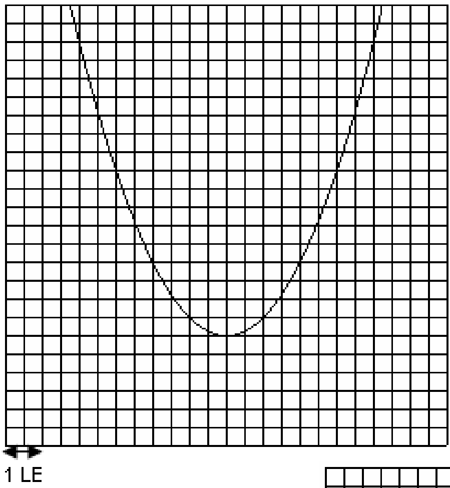
Aufgabe 4:

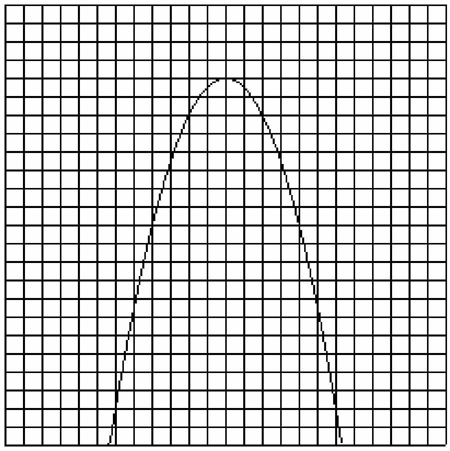
a) Bestimmen Sie zu den folgenden abgebildeten Parabeln jeweils die Parabelgleichung:

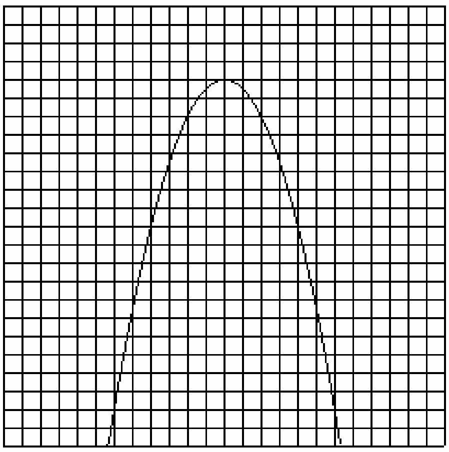


b) Ordnen Sie (falls möglich) die nachfolgenden Parabeln den Schaubildern zu und ergänzen Sie die fehlenden Koordinatenachsen (mit Beschriftung):

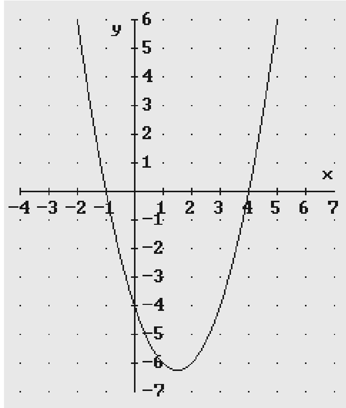
$p_1 : y = -x^2 - 4x + 1 \quad p_2 : y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1 \qquad p_3 : y = (x-2)(2-x)$







Lösungen zum Übungsblatt Parabeln -G7-



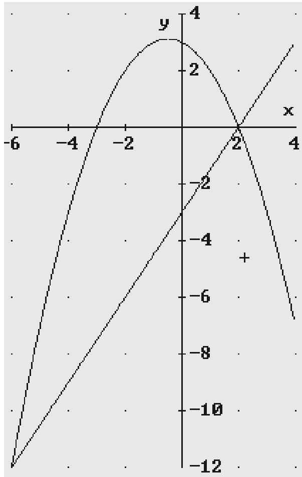
Aufgabe 1:

a) Schnittpunkte mit der x- Achse: $N_1(-1 \mid 0)$, $N_2(4 \mid 0)$
Schnittpunkt mit der y- Achse: $S_y(0 \mid -4)$

b) Scheitel $S(1{,}5 \mid -6{,}25)$
Scheitelform: $y = (x - 1{,}5)^2 - 6{,}25$

c) Zeichnung:

d) Punktprobe ergibt: $Q \in p$



Aufgabe 2:

a) Scheitel $S(-0{,}5 \mid 3{,}125)$

b) Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	0	2	3	3	2	0	-3

c) $p_1 \cap g$: $S_1(-6 \mid -12)$, $S_2(2 \mid 0)$

d) Schnittpunkte von p_2 mit der x-Achse:
$N_1(0 \mid 0)$, $N_2(2 \mid 0)$

e) $p_1 \cap p_2$: $S_1(-2 \mid 2)$, $S_2(2 \mid 0)$

f) $h: y = \frac{3}{2}x - 4$

Aufgabe 3:

a) Die Parabel ist nach unten geöffnet, gepresst (verläuft breiter als die Normalparabel) und besitzt den Scheitel $S(-3 \mid -1)$. Die Parabel schneidet die x-Achse nicht, da sie nach unten geöffnet ist und der Scheitel unterhalb der x- Achse liegt.

Allgemeine Form: $y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - 7$

b) $N_1(3 \mid 0)$, $N_2(-6 \mid 0)$; $x_S = 1{,}5$; $a = -\frac{1}{3}$

Aufgabe 4:

a) $p_1: y = -(x+2)^2 + 3$

$p_2: y = x^2 - 2$

$p_3: y = \frac{1}{2}(x-3)^2$

b)